

## Higher Secondary First Terminal Examination - 2017

### Part - III

HSE II

## MATHEMATICS (Science)

Maximum : 80 Scores

Time: 2½ hrs

Cool off time : 15 Minutes

**General Instructions to candidates:**

- There is a 'cool off time' of 15 minutes in addition to the writing time of 2½ hrs.
- You are neither allowed to write your answers nor to discuss anything with others during the 'cool off time'.
- Use the 'cool off time' to get familiar with questions and to plan your answers.
- Read the questions carefully before answering
- When you select a question, all the sub-questions must be answered from the same question itself.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary
- Non programmable calculators are allowed in the Examination Hall.

**പൊതുനിർദ്ദേശങ്ങൾ**

- നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറമെ 15 മിനിറ്റ് 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ഉണ്ടായിരിക്കും. ഈ സമയത്ത് ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം എഴുതാനോ, മറ്റുള്ളവരുമായി ആശയവിനിമയം നടത്താനോ പാടില്ല.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- ഒരു ചോദ്യനമ്പർ ഉത്തരമെഴുതാൻ തെരഞ്ഞെടുത്ത് കഴിഞ്ഞാൽ ഉപചോദ്യങ്ങളും അതേ ചോദ്യനമ്പറിൽ നിന്ന് തന്നെ തെരഞ്ഞെടുക്കേണ്ടതാണ്.
- കണക്കുകൂട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ, എന്നിവ ഉത്തരപ്പേപ്പറിൽത്തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നൽകിയിട്ടുണ്ട്.
- ആവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
- പ്രോഗ്രാമുകൾ ചെയ്യാനാകാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കാം.

Questions 1 to 8 carry 3 marks each. Answer any six questions.

1. Show that the relation  $R$  on the set  $N$  of natural numbers defined as

$$R = \{(x, y) : y - x \text{ is a multiple of } 2\}$$

is an equivalence relation (3)

2. Find the inverse of the matrix  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$  using row transformation. (3)

1 മുതൽ 8 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് 3 മാർക്ക് വീതമാണ്. ഇവയിൽ ഏതെങ്കിലും 6 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക.

1. എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ ഗണമായ  $N$  ൽ നിർവചിക്കപ്പെട്ടിട്ടുള്ള ഒരു ബന്ധം  $R$  ഇപ്രകാരമാണ്.  
 $R = \{(x, y) : y - x \text{ എന്നത് } 2 \text{ ന്റെ ഗുണിതമാണ്}\}$   
 $R$  ഒരു ഇക്വിവാലൻസ് ബന്ധം ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (3)

2. റോ ട്രാൻസ്ഫോർമേഷൻ ഉപയോഗിച്ച്  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$  എന്ന മെട്രിക്സിന്റെ ഇൻവേഴ്സ് കാണുക. (3)

3.  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$   $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -4 & 2 & 5 \end{bmatrix}$

i) Find  $AB$  (2)

ii) If  $C$  is the matrix obtained from  $A$  by the transformation  $R_1 \rightarrow 2R_1$ , find  $CB$  (1)

4. Consider  $f: [3, \infty) \rightarrow [1, \infty)$  given by

$f(x) = x^2 - 6x + 10$  (3)

Find  $f^{-1}$

5. Show that  $\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{2}{11} = \tan^{-1} \frac{3}{4}$  (3)

6. Solve  $2 \tan^{-1}(\cos x) = \tan^{-1}(2 \cos x)$  (3)

7. If  $\begin{vmatrix} 3 & x \\ x & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$

Find the value of  $x$  (3)

8.  $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & -2 \end{bmatrix}$

i) Calculate  $|A|$  (1)

ii) Find  $|\text{adj } A|$  (1)

[Hint: Using the property  $A(\text{adj } A) = |A|I$ ]

iii) Find  $|3A|$  (1)

(6 × 3 = 18)

Questions 9 to 18 carry 4 marks each. Answer any eight questions.

9. \* is a binary operation on  $R$  defined as  $a * b = 2ab$

i) Determine whether \* is commutative and associative (2)

ii) Find the identity element, if exists. (1)

iii) Find the inverse element, if exists (1)

10. i) If  $f: R - \{2\} \rightarrow R - \{2\}$  defined as

$f(x) = \frac{2x-3}{x-2}$ , find  $f \circ f$  (3)

ii) Which of the following functions satisfies the condition  $f^{-1} \neq f$  (1)

3.  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$   $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -4 & 2 & 5 \end{bmatrix}$

i)  $AB$  കാണുക (2)

ii)  $R_1 \rightarrow 2R_1$  എന്ന ട്രാൻസ്ഫോർമേഷൻ വഴി ലഭിക്കുന്ന മെട്രിക്സാണ്  $C$  എങ്കിൽ  $CB$  കാണുക. (1)

4.  $f: [3, \infty) \rightarrow [1, \infty)$ .  $f(x) = x^2 - 6x + 10$

$f^{-1}$  കണ്ടുപിടിക്കുക. (3)

5.  $\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{2}{11} = \tan^{-1} \frac{3}{4}$  എന്ന് തെളിയിക്കുക. (3)

6.  $2 \tan^{-1}(\cos x) = \tan^{-1}(2 \cos x)$  ആയാൽ  $x$  ന്റെ വില കണ്ടുപിടിക്കുക. (3)

7. If  $\begin{vmatrix} 3 & x \\ x & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$

ആയാൽ  $x$  ന്റെ വില കണക്കാക്കുക. (3)

8.  $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & -2 \end{bmatrix}$

i)  $|A|$  കണക്കാക്കുക (1)

ii)  $|\text{adj } A|$  കണ്ടുപിടിക്കുക (1)

[സൂചന:  $A(\text{adj } A) = |A|I$  എന്നത് ഉപയോഗിച്ച്]

iii) Find  $|3A|$  കണ്ടുപിടിക്കുക (1)

(6 × 3 = 18)

9 മുതൽ 18 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് 4 മാർക്ക് വീതമാണ്. ഇവയിൽ ഏതെങ്കിലും 8 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക.

9.  $a * b = 2ab$  എന്നതാണ്  $R$  ൽ നിർവചിച്ചിട്ടുള്ള \* എന്ന ബൈനറി ഓപ്പറേഷൻ

i) \* കമ്യൂട്ടേറ്റീവും അസോസിയേറ്റീവും ആണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. (2)

ii) ഐഡൻറിറ്റി സംഖ്യ ഉണ്ടെങ്കിൽ അത് കണ്ടുപിടിക്കുക. (1)

iii) ഇൻവേഴ്സ് സംഖ്യ ഉണ്ടെങ്കിൽ അത് കണ്ടുപിടിക്കുക. (1)

10. i)  $f: R - \{2\} \rightarrow R - \{2\}$ ,  $f(x) = \frac{2x-3}{x-2}$ ,

ആയാൽ  $f \circ f$  കാണുക. (3)

ii)  $f^{-1} \neq f$  എന്ന നിബന്ധന അനുസരിക്കുന്ന ഏകദം താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവയിൽ ഏതാണ്? (1)

a)  $f: R - \{0\} \rightarrow R - \{0\}, f(x) = \frac{1}{x}$

b)  $f: R \rightarrow R, f(x) = -x$

c)  $f: R - \{1\} \rightarrow R - \{1\}, f(x) = \frac{x}{x+1}$

d)  $f: R - \{2\} \rightarrow R - \{2\}, f(x) = \frac{2x-3}{x-2}$

11.  $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & -2 \end{bmatrix}$  (4)

Express  $A$  as the sum of a symmetric and a skew symmetric matrix.

12. i) Construct a  $2 \times 2$  matrix  $A = [a_{ij}]$ , where

$a_{ij} = \frac{(i+j)^2}{2}$  (2)

ii) Write the transpose of  $A$  (1)

iii) Show that  $A$  is symmetric (1)

13. Show that  $\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc \left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$  (4)

14.  $x = 2 \cos \theta$   
 $y = 3 \sin \theta$

i) Find  $\frac{dy}{dx}$  (2)

ii) Find  $\frac{d^2y}{dx^2}$  (2)

15. If  $y = (\tan^{-1} x)^2$ , show that  $(x^2 + 1)^2 y_2 + 2x(x^2 + 1) y_1 = 2$  (4)

16. Find  $\frac{dy}{dx}$  if  $y = \sin^{-1} \left( \frac{1-x^2}{1+x^2} \right), 0 < x < 1$  (4)

17. Consider the points  $A(-2, -3), B(3, 2)$  and  $C(-1, -8)$

i) Find the area of  $\Delta ABC$  (2)

ii) Find third vertex of any other triangle with same area and base  $AB$  (2)

18. Show that  $\sin^{-1} \frac{3}{5} - \sin^{-1} \frac{8}{17} = \cos^{-1} \frac{48}{85}$  (4)  
(8 × 4 = 32)

a)  $f: R - \{0\} \rightarrow R - \{0\}, f(x) = \frac{1}{x}$

b)  $f: R \rightarrow R, f(x) = -x$

c)  $f: R - \{1\} \rightarrow R - \{1\}, f(x) = \frac{x}{x+1}$

d)  $f: R - \{2\} \rightarrow R - \{2\}, f(x) = \frac{2x-3}{x-2}$

11.  $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & -2 \end{bmatrix}$  (4)

$A$  എന്ന മാട്രിക്സിനെ ഒരു സിമെട്രിക് മെട്രിക്സിന്റെയും ഒരു സ്ക്യൂ സിമെട്രിക് മെട്രിക്സിന്റെയും തുകയായി എഴുതുക.

12. i)  $a_{ij} = \frac{(i+j)^2}{2}$  ആകത്തക്കവിധം  $A = [a_{ij}]$  എന്ന ഒരു  $2 \times 2$  മെട്രിക്സ് നിർമ്മിക്കുക. (2)

ii)  $A$  യുടെ ട്രാൻസ്‌പോസ് എഴുതുക (1)

iii)  $A$  ഒരു സിമെട്രിക് മെട്രിക്സ് ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (1)

13.  $\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc \left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$  എന്ന് തെളിയിക്കുക. (4)

14.  $x = 2 \cos \theta$   
 $y = 3 \sin \theta$  ആയാൽ

i)  $\frac{dy}{dx}$  കാണുക. (2)

ii)  $\frac{d^2y}{dx^2}$  കാണുക. (2)

15.  $y = (\tan^{-1} x)^2$  ആയാൽ  $(x^2 + 1)^2 y_2 + 2x(x^2 + 1) y_1 = 2$  എന്ന് തെളിയിക്കുക. (4)

16.  $y = \sin^{-1} \left( \frac{1-x^2}{1+x^2} \right), 0 < x < 1$  ആയാൽ  $\frac{dy}{dx}$  കണ്ടുപിടിക്കുക. (4)

17.  $A(-2, -3), B(3, 2), C(-1, -8)$  എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ പരിഗണിക്കുക.

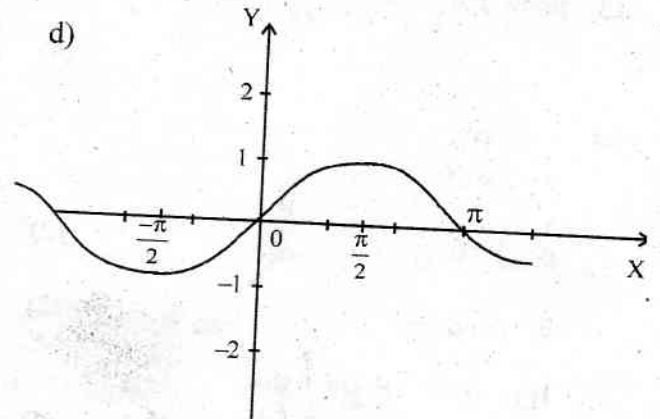
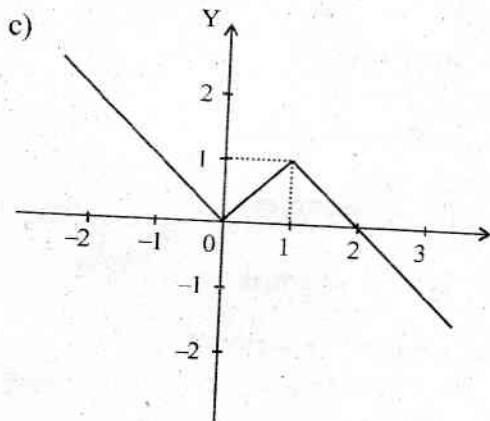
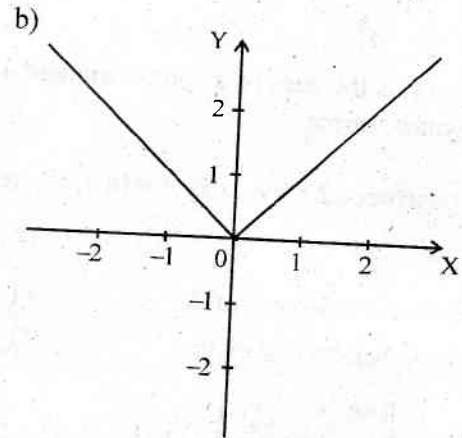
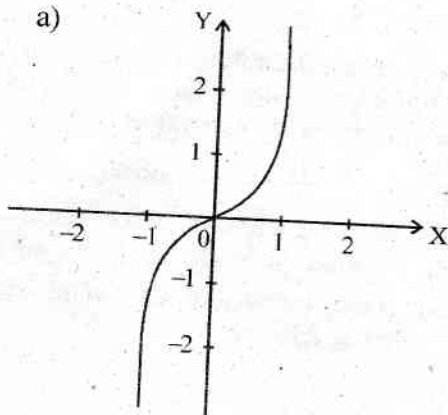
i) ത്രികോണം  $ABC$  യുടെ പരപ്പളവ് കാണുക. (2)

ii) ത്രികോണം  $ABC$  യുടെ പരപ്പളവുള്ളതും, പാദം  $AB$  യും ആയ മറ്റൊരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നാമത്തെ മൂലയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക. (2)

18.  $\sin^{-1} \frac{3}{5} - \sin^{-1} \frac{8}{17} = \cos^{-1} \frac{48}{85}$  എന്ന് തെളിയിക്കുക. (4)  
(8 × 4 = 32)

Questions 19 to 25 carry 6 marks each. Answer any five questions.

19. i) Show that the function  $f: R \rightarrow R$  defined by  $f(x) = 2x - 3$  is one-one and onto. Find  $f^{-1}$  (3)
- ii) Which of the following figures represents the graph of a function on  $R$  which is onto but not one-one. (1)



- iii) Write a function on  $R$  which is onto but not one-one. (2)

- iii)  $R$  ൽ ഉള്ള onto ആയതും one-one അല്ലാത്തതുമായ ഒരു ഫംഗ്ഷൻ എഴുതുക. (2)

20.  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

20.  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

- i) Show that  $A^3 - 23A - 40I = 0$  (3)
- ii) Hence find  $A^{-1}$  (3)

- i)  $A^3 - 23A - 40I = 0$  എന്ന് തെളിയിക്കുക. (3)
- ii) ഇതുപയോഗിച്ച്  $A^{-1}$  കണ്ടുപിടിക്കുക. (3)

21. Solve the following system of equations using matrix method (6)

$$\begin{aligned} x - y + 2z &= 7 \\ 3x + 4y - 5z &= -5 \\ 2x - y + 3z &= 12 \end{aligned}$$

22. i) Find the value of  $\sin^{-1} \sin \left( \frac{3\pi}{4} \right)$  (2)

ii)  $\sin^{-1} \sin x = x$  if and only if

a)  $x \in R$                       b)  $x \in \left[ \frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$  (1)

c)  $x \in [-1, 1]$                 d)  $x \in [0, \pi]$

iii) Show that  $\sin^{-1} (2x \sqrt{1-x^2}) = 2\sin^{-1} x$ ,  $\frac{-1}{\sqrt{2}} \leq x \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$  (3)

23. Find  $\frac{dy}{dx}$

i)  $x^2 + xy + y^2 = 16$  (2)

ii)  $y = x^{\sin x} + (\sin x)^{\cos x}$  (4)

24. i) Verify mean value theorem for the function  $f(x) = (x - 2)^2$  in  $[1, 4]$  (3)

ii) Find a point on the curve  $y = (x - 2)^2$  at which the tangent is parallel to the chord joining the points  $(1, 1)$  and  $(4, 4)$  (1)

iii) Find a point on the above curve at which the tangent is parallel to the  $x$ -axis. (2)

25.  $A = \{1, 2, 3, 6\}$ ,  $*$  is a binary operation on  $A$  is defined as  $a * b = \text{HCF of } a \text{ and } b$ .

i) Represent  $*$  with the help of an operation table. (3)

ii) Find the identity element. (1)

iii) Write a commutative binary operation on  $A$  with 3 as the identity element. (2)

(Hint: Operation table may be used)  
( $5 \times 6 = 30$ )

21. മെട്രിക്സ് രീതി ഉപയോഗിച്ച് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സമവാക്യങ്ങൾ നിർധാരണം ചെയ്യുക (6)

$$\begin{aligned} x - y + 2z &= 7 \\ 3x + 4y - 5z &= -5 \\ 2x - y + 3z &= 12 \end{aligned}$$

22. i)  $\sin^{-1} \sin \left( \frac{3\pi}{4} \right)$  വില കണ്ടുപിടിക്കുക. (2)

ii)  $\sin^{-1} \sin x = x$  if and only if (1)

a)  $x \in R$                       b)  $x \in \left[ \frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$

c)  $x \in [-1, 1]$                 d)  $x \in [0, \pi]$

iii)  $\sin^{-1} (2x \sqrt{1-x^2}) = 2\sin^{-1} x$ ,  $\frac{-1}{\sqrt{2}} \leq x \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$  എന്ന് തെളിയിക്കുക. (3)

23.  $\frac{dy}{dx}$  കണ്ടുപിടിക്കുക.

i)  $x^2 + xy + y^2 = 16$  (2)

ii)  $y = x^{\sin x} + (\sin x)^{\cos x}$  (4)

24. i)  $[1, 4]$  ൽ  $f(x) = (x - 2)^2$  എന്ന ഫംഗ്ഷൻ മീൻവാല്യൂ സിദ്ധാന്തം ശരിയാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക (3)

ii)  $y = (x - 2)^2$  എന്ന വക്രത്തിലെ ഏത് ബിന്ദുവിലെ തൊടുവരയാണ്  $(1, 1)$ ,  $(4, 4)$  എന്നീ ബിന്ദുക്കളെ യോജിപ്പിക്കുന്ന ഞാണിന് സമാന്തരമാകൂ എന്ന് കണ്ടെത്തുക (1)

iii) മുകളിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന വക്രത്തിലെ ഏത് ബിന്ദുവിലെ തൊടുവരയാണ്  $x$ -അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായിട്ടുള്ളത് എന്ന് കണ്ടുപിടിക്കുക. (2)

25.  $A = \{1, 2, 3, 6\}$ ,  $A$  യിലെ ഒരു ബൈനറി ഓപ്പറേഷൻ താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നതുപോലെ നിർവചിച്ചിരിക്കുന്നു.  $a * b = a, b$

ഇവയുടെ വലിയ പൊതുഘടകം (HCF)

i) ഓപ്പറേഷൻ ടേബിൾ ഉപയോഗിച്ച് ഈ ബൈനറി ഓപ്പറേഷൻ എഴുതുക. (3)

ii) ഐഡൻറിറ്റി സഖ്യ കണ്ടുപിടിക്കുക. (1)

iii) ഐഡൻറിറ്റി സംഖ്യ 3 ആകത്തക്കവിധം  $A$  യിൽ ഒരു കമ്യൂട്ടേറ്റീവ് ബൈനറി ഓപ്പറേഷൻ എഴുതുക. (2)

(സൂചന: ഓപ്പറേഷൻ ടേബിൾ ഉപയോഗിക്കാം)

( $5 \times 6 = 30$ )